

文章编号: 1000-8055(2005)03-0450-06

粘性流体对流换热问题 用直角坐标网格的解法

谢晓俊, 康宁

(北京航空航天大学 汽车工程系, 北京 100083)

摘要: 研究了非结构化直角坐标网格全贴体求解粘性不可压流体自然对流换热问题。该方法在于利用直角坐标网格但通过在边界附近保留不规则控制体, 使得算法是完全贴体的。利用此数值方法对二维倾斜空腔内的自然对流及上固体边界移动时的对流换热问题进行计算, 并与 STAR-CD 的计算结果进行比较。对比结果表明, 该方法计算的结果与 STAR-CD 的结果很接近, 可以满足一定精度要求。

关键词: 航空、航天推进系统; 自然对流换热; 非结构化; 直角坐标网格

中图分类号: V 231.3

文献标识码: A

Method with Cartesian Grid for Simulating Convection Heat Transfer of Viscous Fluid

XIE Xiao-jun, KANG Ning

(Department of Automotive Engineering,

Beijing University of Aeronautics and Astronautics, Beijing 100083, China)

Abstract: A body fitted method with unstructured Cartesian grids for simulating natural convection heat transfer of viscous fluid was studied. Cartesian grids were used and irregular volumes on boundary vicinity were reserved, and thus these grids were fully body fitted. Based on this method, natural convection-diffusion and the convection heat transfer with moving upper boundary in the 2-D inclined cavity were computed. The computed results are compared with those of STAR-CD and show good coincidence.

Key words: aerospace propulsion system; natural convection-diffusion; convection heat transfer; unstructured grid; Cartesian

直角坐标系中的网格是流动和传热问题数值计算中应用最早的一种网格, 它是最成熟的, 而且在该坐标系下的控制方程组的形式简单、计算量低, 网格易于生成^[1,2]。但在实际问题中, 很少有非常规则的计算域, 对这些复杂的对流换热问题无法用常规的直角坐标中的结构化网格系统进行求解, 因此, 复杂区域对流换热数值问题的高效求解

方法一直是研究人员非常关注的研究方向。目前普遍应用的主要有贴体网格法、块结构化网格法和非结构网格法。贴体网格法受具体的几何形状限制, 网格不易自动生成; 块结构化网格法相当程度上依赖工作人员的经验水平, 而且块交界面处需要进行大量的信息交换, 程序编写比较复杂。非结构直角坐标网格在流场计算中的应用又引起了

收稿日期: 2005-01-12; 修订日期: 2005-03-21

基金项目: 国家自然科学基金资助项目(59976005); 凡舟科研基金资助项目(20021316)

作者简介: 谢晓俊(1980-), 男, 江西泰和人, 北京航空航天大学汽车系硕士生, 主要从事车身设计与空气动力学研究

不少研究者的兴趣^[3~8]。原因就在于其概念简单, 可根据计算特点自由布置网格系统, 对任何复杂区域, 均可获得高质量的网格, 且易于自动化, 而这正是迄今为止所发展起来的各种网格生成方法所无法比拟的^[1]。文献[8]提出了一种新的基于有限控制体的笛卡儿网格方法。它通过边界的准确描述即保留边界处直角坐标与边界相交自然形成的非矩形控制体来实现完全贴体。通过对两个典型流动问题的计算对该数值方法进行了验证。

封闭腔内的自然对流换热是数值传热学中的一个基本课题, 并在计算传热学的发展过程中起到了考核算法及所开发程序的作用。本文在文献[8]工作的基础上, 对二维倾斜空腔内的不可压流体自然对流换热和上固体边界移动时的对流换热问题进行数值模拟, 并把计算结果与STAR-CD结果的进行对比, 来验证该方法在自然对流换热与上固体边界移动时的对流换热问题中应用的成功与否。

1 控制方程组及数值方法

1.1 控制方程组

进行自然对流换热计算时, 当冷、热表面间的温差较小时, 一般可以采用Boussinesq假设^[9]。这一假设为: (1) 除密度外其它物性为常数; (2) 对密度仅考虑动量方程中与体积力有关的项, 其余各项中的密度亦作为常数; (3) 密度由理想气体状态方程给出。

考虑重力影响, 但不考虑热源时, 二维定常层流不可压流流动的对流换热守恒形式的基本方程组为:

理想气体状态方程:

离散动量方程组:

$$\frac{a_p^u}{\alpha^u} u_p = \sum a_{nb}^u u_{nb} + (1 - \alpha^u) \frac{a_p^u}{\alpha^u} u_p^* - p A_e + p_w A_w + p_b \delta y - S_b^u + F_b^* u_p^*$$
$$\frac{a_p^v}{\alpha^v} v_p = \sum a_{nb}^v v_{nb} + (1 - \alpha^v) \frac{a_p^v}{\alpha^v} v_p^* - p A_n + p_s A_s + p_b \delta x - S_b^v + F_b^* v_p^* - \rho g \Delta V$$

(6)

离散能量方程:

$$\frac{a_p^T}{\alpha^T} T_p = \sum a_{nb}^T T_{nb} + (1 - \alpha^T) \frac{a_p^T}{\alpha^T} T_p^* - S_b^T + F_b^* T_p^*$$

(7)

式中: 上标 T 为离散能量方程中的系数, 其它系数见文献[8]。

压力修正方程的推导根据 Schneider 和 Raw^[10] 提出的配置变量法, 直接对微分形式的动量方程离散, 就可得出压力修正方程。由此推出的压力修正方程就可避免棋盘效应。压力修正方程

$$p = \rho R T$$

(1)

连续方程:

$$\frac{\partial}{\partial x} (\rho u) + \frac{\partial}{\partial y} (\rho v) = 0$$

(2)

动量方程组:

$$\left. \begin{aligned} \frac{\partial}{\partial x} (\rho u u) + \frac{\partial}{\partial y} (\rho v u) = \\ \frac{\partial}{\partial x} \left(\mu \frac{\partial u}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left(\mu \frac{\partial u}{\partial y} \right) - \frac{\partial p}{\partial x} \\ \frac{\partial}{\partial x} (\rho v u) + \frac{\partial}{\partial y} (\rho v v) = \\ \frac{\partial}{\partial x} \left(\mu \frac{\partial v}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left(\mu \frac{\partial v}{\partial y} \right) - \frac{\partial p}{\partial y} - \rho g \end{aligned} \right\}$$

(3)

能量方程:

$$\frac{\partial}{\partial x} (\rho u T) + \frac{\partial}{\partial y} (\rho v T) = \\ \frac{\partial}{\partial x} \left(\frac{k}{C_p} \frac{\partial T}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left(\frac{k}{C_p} \frac{\partial T}{\partial y} \right)$$

(4)

其中: p 为压强, ρ 为密度, T 为温度, u 和 v 为速度分量, μ 为动力粘性系数, g 为重力加速度, k 为热传导系数, C_p 为等压比热, x 方向为水平方向, y 方向为竖直方向。

1.2 数值方法

对于不规则边界的网格而言, 曲线边界与网格相切割形成的切割单元有三边、四边或五边形等几种情况^[8]。为简便起见, 目前只考虑了一条斜边的情况(见图1), 并采用非交错网格对方程进行离散。

根据 Gauss 公式, 分别对连续方程、动量方程和能量方程进行积分, 得到它们各自的离散方程:

离散连续方程:

$$F_e - F_w - F_n - F_s + F_b = 0$$

(5)

为:

$$a_p^p p_p' = a_e^p p_e' + a_w^p p_w' + a_n^p p_n' + a_s^p p_s' - F_e^g + F_w^g - F_n^g + F_s^g - F_b^g$$

(8)

式中: 上标 p 为压力修正方程中的系数, 上标 g 为估算值, 其它系数见文献[8]。

推导出动量离散方程、压力修正方程、离散能



量方程以及处理好斜边上梯度的值^[8],就可对流

传统的交错网格的应用带来极大的不便,为了克服可能产生的压力和速度间的失耦现象,就使压力修正方程的推导更复杂。

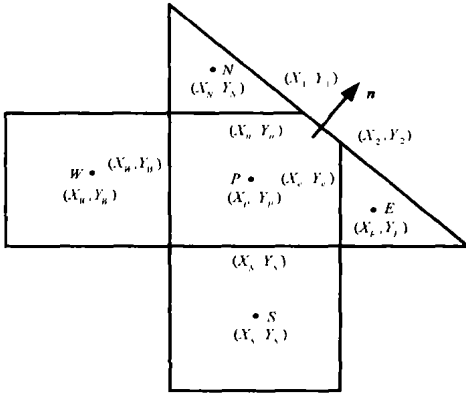


图1 切割单元

Fig 1 Cut cell

场和温度场进行计算了。本文采用SM PLE 算法对流场和温度场进行迭代求解。

2 计算结果及分析

为验证该数值方法在自然对流传热问题中的应用,本文对二维倾斜空腔内的自然对流问题进行数值计算,并与STAR-CD 的计算结果进行了比较。二维倾斜空腔四边的边长B 为0.1 m,倾角为60 °(见图2)。为了比较全面的验证网格数对本程序计算结果的影响,本文采用了3 种网格,网格数为674, 2 628, 10 378, 分别称为网格1, 网格2

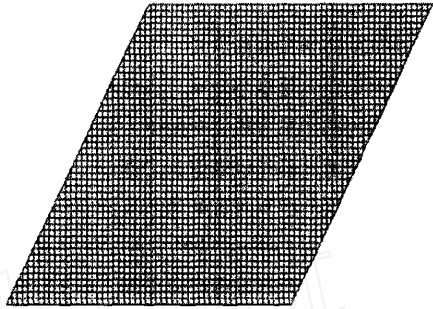


图3 本文计算网格(网格数为2 628)

Fig 3 Cells of program (2 628 cells)

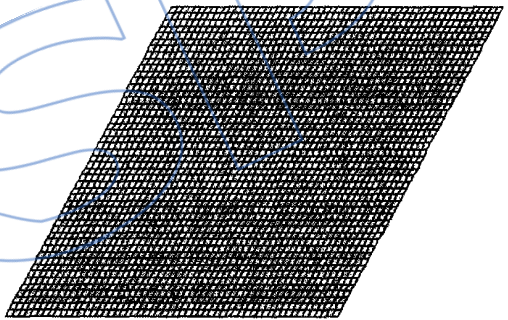


图4 本文计算网格(网格数为2 688)

Fig 4 Cells of program (2 688 cells)

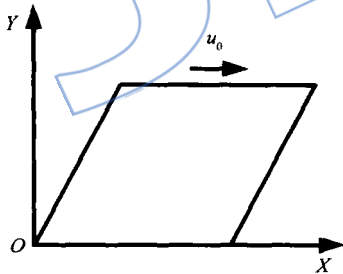


图2 二维倾斜空腔流

Fig 2 2-D inclined cavity

和网格3, 图3 为网格2 的网格情况; STAR-CD 计算的网格为结构化网格(见图4), 网格数取为2 688。对比两图可知, 本文中的计算网格直接在直角坐标系中实现了完全贴体, 同时在边界处保留了非矩形控制体, 网格生成比较简单、直观, 同时避免了物理域和计算域中节点坐标变换及控制方程的转换, 而STAR-CD 中应用的是适体坐标系, 计算网格全都是规则四面体。但是, 由于本文方法在边界附近有各种非矩形控制体形式的存在, 给

2 1 温度分布不同产生的自然对流换热现象

首先研究由于温度分布不同产生的自然对流现象。

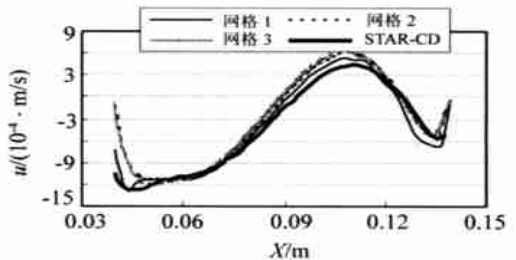


图5 温度为40℃, y = 0.067 7 处x 方向速度的比较

Fig 5 Comparison of horizontal velocity on y = 0.067 7 and t= 40℃

选取二维倾斜空腔四边皆为固定边界。空腔上边温度分别为40℃和60℃两种情况, 其它三边

温度都为10℃。分别计算在两种温度情况下二维

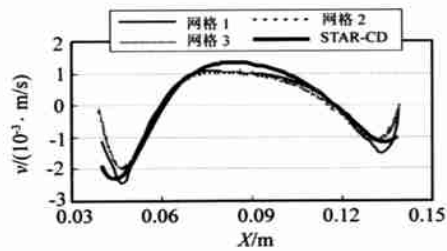


图6 温度为40℃, $y = 0.0677$ 处 y 方向速度的比较
Fig 6 Comparison of horizontal velocity on $y = 0.0677$ and $t = 40^{\circ}\text{C}$

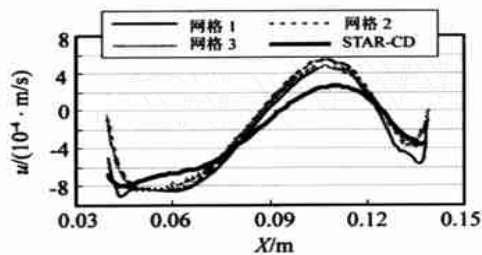


图7 温度为40℃, $y = 0.0677$ 处 x 方向速度的比较
Fig 7 Comparison of horizontal velocity on $y = 0.0677$ and $t = 40^{\circ}\text{C}$

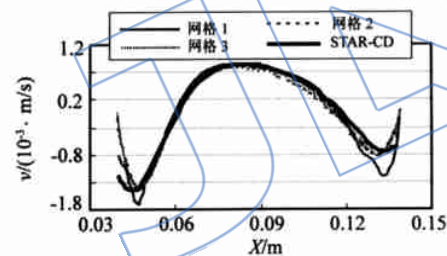


图8 温度为60℃, $y = 0.0677$ 处 y 方向速度的比较
Fig 8 Comparison of horizontal velocity on $y = 0.0677$ and $t = 60^{\circ}\text{C}$

倾斜空腔内的速度分布和温度分布。图5~ 图8 分别是在 $y = 0.0677$ 处在3 种网格数下本文方法与 STAR-CD 计算的速度值的比较; 图5 和图6 是在温度为40℃时 x 方向和 y 方向速度分量的比较, 图7 和图8 是在温度为60℃时速度分量的比较, 由图可以看出, 本文方法计算的结果与 STAR-CD 的结果的变化趋势基本一致, 但由于本文方法对对流项的处理采用的是一阶迎风格式, 精度不够高, 再者是因为所研究区域经过漩涡, 数据变化比较明显, 所以在具体数值上存在一些差别, 这也是该数值方法有待于进一步改进之处。图9 和图10 分别是计算的温度值的比较, 可

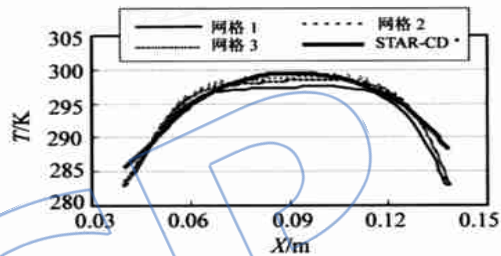


图9 温度为40℃, 在 $y = 0.0677$ 处温度的比较
Fig 9 Comparison of temperature on $y = 0.0677$ and $t = 40^{\circ}\text{C}$

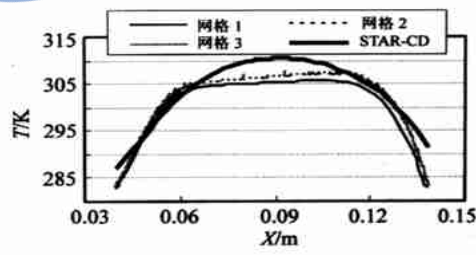


图10 温度为60℃, 在 $y = 0.0677$ 处温度的比较
Fig 10 Comparison of temperature on $y = 0.0677$ and $t = 60^{\circ}\text{C}$

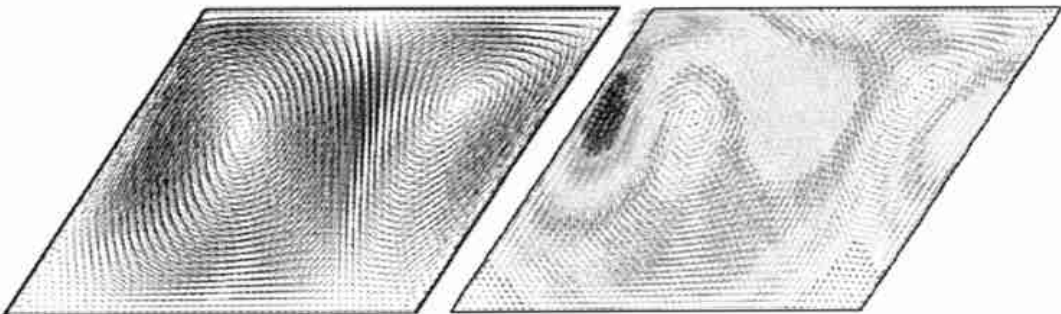


图11 温度为40℃时本文方法计算的速度矢量图与 STAR-CD 的比较
Fig 11 Comparison of vector velocity fields at 40°C

以看出本文算法与 STAR-CD 计算的结果的变化趋势基本一致, 并且网格数越多, 本文方法计算的结果越接近 STAR-CD 的结果。

图 11 给出温度为 40℃ 时本文方法计算的速度矢量图与 STAR-CD 的比较。由图可知, 两种温度情况下的自然对流都有两个涡产生, 旋涡的形状和位置也基本相同。验证了本文算法计算自然对流换热问题的可行性。

2.2 上固体边界移动时的对流换热现象

前面已经研究了由于温度分布不同产生的自然对流换热现象, 现在研究由于温度分布不同产生的自然对流现象与边界运动引起的强制对流换热并存的对流换热现象。

空腔四边的温度分布同前, 上边改为运动边界, 速度为 u_0 , 取为 0.004 m/s; 温度分别取为 40℃ 和 60℃, 其它三边仍为固定边界, 温度均为 10℃。

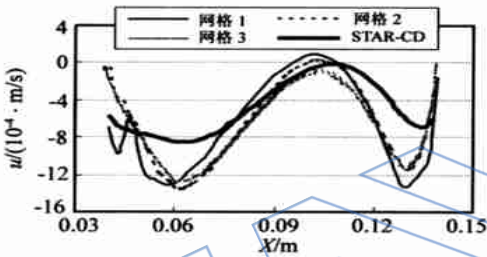


图 12 温度为 40℃, $y = 0.0677$ 处 x 方向速度的比较

Fig. 12 Comparison of horizontal velocity on $y = 0.0677$ and $t = 40^\circ\text{C}$

图 12~ 图 15 分别是在 3 种网格数下本文方法与 STAR-CD 计算的速度值在 $y = 0.0677$ 处的比较, 图 12 和图 13 是在温度为 40℃ 时速度分量的比较, 图 14 和图 15 是在温度为 60℃ 时速度分量的比较。图 16 和图 17 分别是计算的温度的比较, 速度和温度的对比结果均同前。

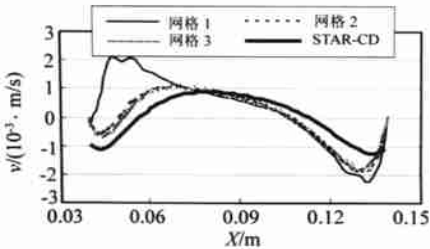


图 13 温度为 40℃, $y = 0.0677$ 处 y 方向速度的比较

Fig. 13 Comparison of horizontal velocity on $y = 0.0677$ and $t = 40^\circ\text{C}$

图 18 给出温度为 40℃ 时本文方法计算的速度矢量图与 STAR-CD 的比较。可以看出, 涡的位

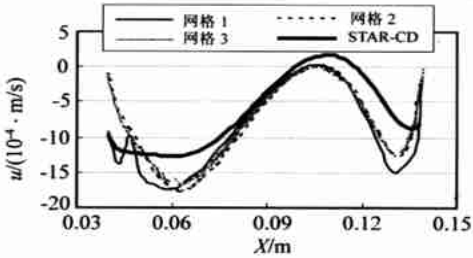


图 14 温度为 60℃, $y = 0.0677$ 处 x 方向速度的比较

Fig. 14 Comparison of horizontal velocity on $y = 0.0677$ and $t = 60^\circ\text{C}$

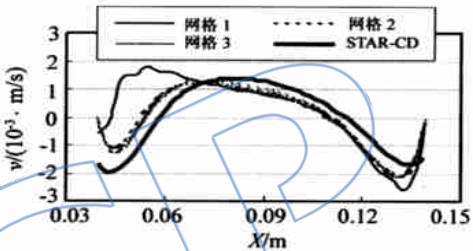


图 15 温度为 60℃, $y = 0.0677$ 处 y 方向速度的比较

Fig. 15 Comparison of horizontal velocity on $y = 0.0677$ and $t = 60^\circ\text{C}$

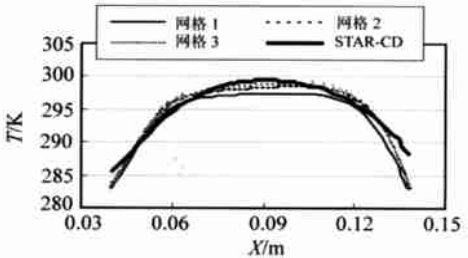


图 16 温度为 40℃, 在 $y = 0.0677$ 处温度的比较

Fig. 16 Comparison of horizontal velocity on $y = 0.0677$ and $t = 40^\circ\text{C}$

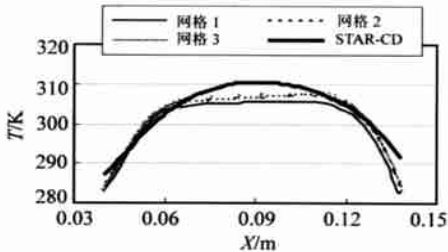


图 17 温度为 60℃, 在 $y = 0.0677$ 处温度的比较

Fig. 17 Comparison of horizontal velocity on $y = 0.0677$ and $t = 40^\circ\text{C}$

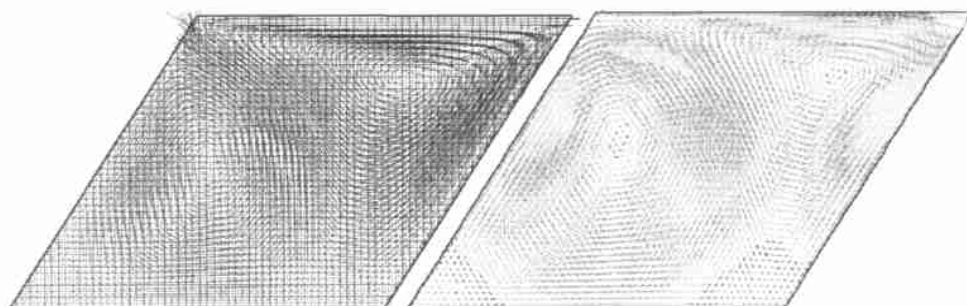


图 18 温度为 40°C , $u_0 = 0.04 \text{ m/s}$ 时本文方法计算的速度矢量图与 STAR-CD 的比较

Fig 18 Comparison of vector velocity fields at 40°C and $u_0 = 0.04 \text{ m/s}$

置和形状基本相同。说明也可计算上固体边界移动时的对流换热现象。

4 结束语

以二维倾斜空腔自然对流和强制流为例,用有限体积法离散二维定常不可压流 N-S 方程,并给出了空腔内速度矢量图。通过上述算例的计算结果的对比可以看出,本文研究的在直角坐标系中粘性流体对流换热问题的贴体解法的思路是完全可行的,并且在初步的验证性计算中得到了较为令人满意的结果。由于本文程序应用 Gauss-Seidel 点迭代方法,程序收敛速度较慢,并且计算精度不够高,该算法对收敛速度和计算精度的研究还有待更进一步的完善。

参考文献

- [1] 陶文铨. 计算传热学的近代进展[M]. 北京: 科学出版社, 2001.
- [2] 帕坦卡 S V. 传热与流体流动的数值计算[M]. 北京: 科学出版社, 1984.
- [3] 陶智, 孙纪宁, 徐国强, 等. 用于对流换热的一种自适应直角坐标网格方法[J]. 热科学与技术, 2003, 2(3): 210~214.
TAO Zhi, SUN Jining, XU Guo-qiang, et al. Auto-adaptive Cartesian grid approach for numerical simulating of convection [J]. Journal of Thermal Science and Technology, 2003, 2(3): 210~214.
- [4] 吴子牛. N-S 方程的各向异性笛卡儿网格法研究[J]. 计算物理, 1998, 15(4): 463~475.
Wu Ziniu. Anisotropic Cartesian Grid Method for the Navier-Stokes Equations [J]. Chinese Journal of Computational Physics, 1998, 15(4): 463~475.
- [5] Berger M J, LeVeque R J. An Adaptive Cartesian Mesh Algorithm for the Euler Equations in Arbitrary Geometries [J]. AIAA Paper 89~1930, 1989.
- [6] Yang G, Causon D M, Ingram D M, Saunders R, Batten P. A Cartesian Cut Cell Method for Compressible Flows Part A: Static Body Problems [J]. The Aeronautical Journal, 1997, 101(1002): 47~56.
- [7] Epstein B, Luntz A L, Nachshon A. Multi-Grid Euler Solver about Arbitrary Aircraft Configurations with Cartesian Grids and Local Refinement [J]. AIAA Paper 89~1960.
- [8] 汪建兵, 康宁. 粘性不可压流体流动问题用直角坐标网格的贴体解法[J]. 计算物理, 2004, 21(4): 290~298.
Wang Jianbing, Kang Ning. Body Fitted Method with Cartesian Coordinates for Solving Viscous Uncompressible Fluid Flow Problems [J]. Chinese Journal of Computational Physics, 2004, 21(4): 290~298.
- [9] Gray D D, Giorgin A. The Validity of the Boussinesq Approximation for Liquids and Gases [J]. Int. J. Heat Mass Transfer, 1976, 19: 545~551.
- [10] Schneider G E, Raw M J. Control Volume Finite-Element Method for Heat Transfer and Fluid Flow Using Co-located Variables - 1. Computational Procedure [J]. Numerical Heat Transfer, 1987, 11: 363~390.